

رسالة

في

خواص المثلث من جهة العمود

لابي علي محمد بن الحسن بن الهيثم البصري رحمه الله تعالى  
المتوفى في سنة اربعمائة وثلاثين من الهجرة



الطبعة الاولى

بمطبعة دائرة المعارف العثمانية

حيدرآباد الدكن

حرسها الله تعالى عن آفات الزمن

سنة ١٣٦٦ هـ  
١٩٤٧ م



بسم الله الرحمن الرحيم

وبه التوفيق

ان المتقدمين من المهندسين نظروا في خواص المثلث المتساوي الاضلاع فظهر لهم ان كل نقطة تفرض على ضلع من اضلاع المثلث المتساوي الاضلاع ويخرج منها عمود ان على ضلعي المثلث الباقيين فان مجموعهما مساو لعمود المثلث فدوروا ذلك واثبتوه في كتبهم • ونظروا في اعمدة المثلثات الباقية فلم يجدوا لها نظاما تاما ولا ترتيبا فلم يذكروا فيها شيئا •

ولما كان الحال هذه دعنا الحاجة الى النظر في خواص المثلثات فوجدنا لاعمدة المثلث المتساوي الساقين نظاما مطردا ووجدنا لاعمدة المثلث المختلف الاضلاع ايضا نظاما وترتبا مطردا فلما تبين لنا ذلك اقينا فيه هذه المقالة •

ونحن تقدم اول ما ذكره المتقدمون من خاصة اعمدة المثلث المتساوي الاضلاع ثم تتبعه بما استخرجناه نحن من خواص اعمدة المثلثات الباقية لتكون خواص اعمدة جميع المثلثات مجتمعة في هذه

# المقالة •

اما الذى ذكره المتقدمون فهو كل مثلث متساوى الاضلاع  
تفرض على احد اضلاعه نقطة ويخرج منها عمودان الى الضلعين  
الباقين فان مجموعهما مساو لعمود المثلث •

مثال ذلك مثلث - ا ب ج - متساوى الاضلاع وفرض  
على ضلع - ز ب - نقطة - د - ويخرج منها عمودا - د ه - د ز  
واخرج عمود - ا ح - فان عمودى - د ه - د ز - مساويان  
لمجموعهما لعمود - ا ح - •

برهان ذلك انا نخرج من نقطة - د - خطا موازيا لخط  
ب ح - وليكن - د ط ك - فيكون مثلث - ا د ك - متساوى  
الاضلاع لانه شبيه بمثلث - ا ب ج - فيكون عمود - د ز - مثل  
عمود - ا ط - وعمود - د ه - مثل عمود - ط ح - فعمودا - د ه  
د ز - مثل عمود - ا ح - وذلك هو المراد •

وذكر المتقدمون ايضا ان كل مثلث متساوى الاضلاع  
يفرض فى داخله نقطة وخرج منها اعمدة الى اضلاع المثلث فان  
مجموع تلك الاعمدة مساو لعمود المثلث •

مثال ذلك - ا ب ج - متساوى الاضلاع وفرض فى داخله  
نقطة - د - وخرج منها اعمدة - د ه - د ز - د ح - وخرج  
عمود - ا ط - فان اعمدة - د ه - د ز - د ح - بمجموعه مثل عمود - ا ط  
برهان

برهان ذلك انا نخرج من نقطة - د - خطا موازيا لخط  
 ب ج - وليكن - ك م ل - فيكون مثلث - ا ك ل - متساوي  
 الاضلاع فيكون عمودا - د ح - د ز - مساويين بمجموعهما للعمود  
 ا م - كما تقدم وعمود - د ه - مثل - م ط - فمجموع اعمدة - د ه  
 د ز - د ح - مثل عمود - ا ط - هذا ما ذكره المتقدمون في هذا  
 المعنى •

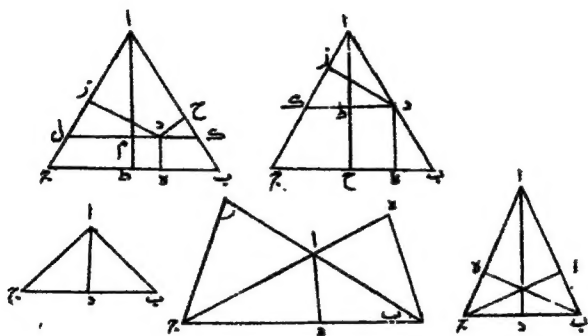
واما الذي استخرجناه نحن فهو الذي نذكره الآن، كل  
 مثلث يخرج من زواياه اعمدة على اضلاعه فان نسبة الضلع الى  
 الضلع بالتكافى •

مثال ذلك مثلث - ا ب ج - خرج فيه اعمدة - ا د - ب ه  
 ج ز - فاقول ان نسبة عمود - ا د - الى عمود - ب ه - كنسبة  
 ا ج - الى - ج ب - وان نسبة عمود - ا د - الى عمود - ج ز  
 كنسبة - ا ب - الى - ب ج •

برهان ذلك ان زاويتي - د ه - كل واحدة منهما قائمة  
 وزاوية - د ج - مشتركة فمثلث - ا ج د - شبيه بمثلث - ب ج ه  
 فنسبة - ا ج - الى - ج ب - كنسبة - ا ج - الى - ب ه - وكذلك  
 تبين ان نسبة - ا ب - الى - ب ج - كنسبة - ا د - الى - ج ز  
 فاذا كان المثلث حاد الزوايا فساقط الاعمدة تكون ثلاثها في داخل  
 المثلث على ما في الصورة الاولى، وان كان المثلث منفرج الزاوية

فواحدة من الاعمدة تكون في داخل المثلث والعمود ان الباقيان يكونان خارج المثلث على ما في الصورة الثانية، وان كان المثلث قائم الزاوية فالعمود ان الخارجان من الزاويتين الحادتين انما هما ضلعا المثلث المحيطان بالزاوية القائمة فمسقطا العمودين اللذين هما - ز - ه - يكونان عند نقطة - ا - على ما في الصورة الثالثة •

ش-۱



وتبين هذا الشكل برهان آخر، وهو ان ضرب كل ضلع في العمود الواقع عليه هو ضعف المثلث فنسبة كل واحد من اضلاع المثلث الى ضلع غيره هي نسبة العمود الواقع على الضلع الثاني الى العمود الواقع على الضلع الاول وذلك ما اردنا بيانه .

وايضاً

وايضاً فان كل مثلث قائم الزاوية مختلف الاضلاع خرج  
من زاوية القائمة عمود على القاعدة ثم نقفل من اعظم قسمة القاعدة  
من اصغرهما ونوصل بين نهايته وبين الزاوية القائمة بخط ثم نقسم  
الزاوية التي تبقى من الزاوية القائمة بنصفين فان الجزء الذي يفضل  
من القاعدة بين الخط الذي يقسم الزاوية الباقية وبين مستط العمود  
منها للعمود .

مثال ذلك مثلث - ا ب ج - زاوية - ا - منه قائمة وخرج  
منها عمود - ا د - وفصل - د ه - مثل - د ج - ووصل - ا ه -  
وقسمت زاوية - ب ا ه - بنصفين بخط - ا ز - فاقول ان - ز د  
مثل - د ا - .

برهان ذلك ان زاوية - ه ا د - مثل زاوية - د ا ج - فزاوية  
ه ا د - نصف زاوية - ه ا ج - وزاوية - ه ا ز - نصف زاوية - ه  
ا ب - فزاوية - ز ا د - نصف زاوية - ب ا ج - وزاوية - ب ا  
ج - قائمة فزاوية - ز ا د - نصف قائمة وزاوية - ا د ز - قائمة  
فزاوية - ا ز د - نصف قائمة فخط - ز د - مثل خط - د ا - وذلك  
ما اردنا بيانه .

كل مثلث متساوي الساقين يفرض على قاعدة نقطة كيف  
ما اتفقت ويخرج منها عمودان على ضلعي المثلث فان مجموعهما مساو  
للعמוד الخارج من طرف القاعدة على ضلع المثلث كانت زاوية

المثلث التي يحيط بها الضلعان المتساويان حادة او منفرجة لقاعدة .

مثال ذلك مثلث - ا ب ج - متساوي الساقين، ضلعا - ا ج

ب - ا - منه متساويان وقاعدة - ب ج - في فرض على قاعدة تقطة

د - وخرج منها عمودا - د ه - د ز - فاقول انهما مساويان بمجموعهما

لعمود - ج ح -

برهان ذلك ان زاويتي - ب - ج - متساويتان وزاويتي

ه - ز - متساويتان لأنهما قائمتان فثلثا - ب ه د - د ز ج - متشابهان

فنسبة - ج د - الى - د ب - كنسبة - زد - الى - د ه - وبالتركيب

نسبة - زد - د ه - بمجموعين الى - د ه - كنسبة - ج ب - الى - ب د

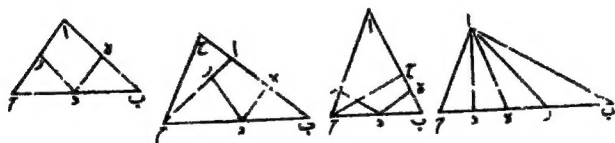
ونسبة - ج ب - الى - ب د - كنسبة - ج ح - الى - د ه - فنسبة

زد - د ه - بمجموعين الى - د ه - كنسبة - ج ح - الى - د ه - فعمودا

زد - د ه - بمجموعان مساويان لعمود - ج ح - وهذا البرهان مطرد

في صفة المثلث وهو المراد .

ش - ٢

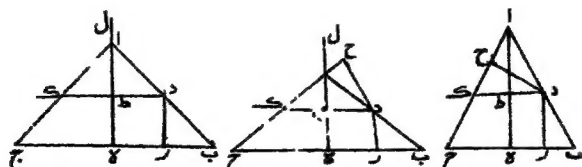




وايضا فانه نعيد الصورة والنقطة المفروضة على ضلع - اب  
وليكن - د - ونخرج منها عمودي - دز - دح - ونخرج عمود  
اد - ونجعل نسبة - اب - الى - ب د - كنسبة - اه - الى - ه ط  
ونجعل نسبة - اط - الى - ط ل - كنسبة - اج - الى - ج ب  
فاقول ان عمودي - دز - دح - مثل عمود - اه - .

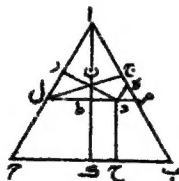
برهان ذلك انا نصل - ب ط - وننفذه الى - ك - فيكون  
د ك - موازيا لخط - ب ج - لأن نسبة - اب - الى - ب د  
كنسبة - اه - الى - ه ط - فتكون نسبة - اه - الى - ج ب  
كنسبة - اك - الى - ك د - ونسبة - اد - الى - دب - هي  
كنسبة - اط - الى - ط ل - فنسبة - اك - الى - ك ب  
كنسبة - اط - الى - ط ل - ونسبة - اك - الى - ك د - هي  
كنسبة - ط - الى - دح - كما نبين في شكل - ج - من هذه  
المقالة فعمود - دح - مثل - ل ط - و - دز - مثل - ه ط - فعمودا  
دز - دح - مثل عمود - اه - وذلك ما اردنا ان نبين .

ش - ٣



وايضاً فاننا نعيد المثلث المتساوى الساقين، ونتمكن النقطة في داخل المثلث وليكن المثلث - ا د - والنقطة - د - وهى في داخل المثلث ونخرج منها اعمدة - د ه - د ز - د ح - ونخرج من نقطة - د - خطاً متوازياً لخط - ب ج - وليكن - م د ل - .

ونخرج عمود - ا ط - ونجعل نسبة - ا ط - الى - ط ب - كنسبة - ا ب - الى - ب د - التى هى نسبة - ا م - الى - م ل - فاقول ان اعمدة - د ه - د ز - د ح - مجموعها مثل عمود - ن ك - .  
برهان ذلك انا نخرج عمود - ل ز - فلأن نسبة - ا ط - الى - ط ن - كنسبة - ا م - الى - م ل - يكون - ط ن - مثل - ل ز - وقد تبين ان عمودى - د ه - د ز - مثل عمود (١) وعمودا - د ه - د ز - مثل عمود - د ط - وعمود - د ج - مثل عمود - ط ك - فمجموع اعمدة - د ه - د ز - د ح - الثلاثة مساوية لعمود - ن ك - وذلك ما اردنا بيانه . ش - ٤



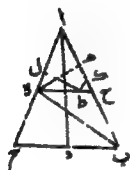
وهذا البرهان مطرد في جميع المثلثات المساوية الساقين الحاد منها والمنفرج والقائم .

وايضاً فاننا نبيد المثلث المتساوي الساقين وليكن مثلث  
 ا ب ج - وتقسم زاوية - ا ب ج - منه بنصفين بخط - د د  
 ونخرج - ه ح - موازياً للقاعدة - ب ج - ونخرج عموداً - ز د  
 فاقول ان كل نقطة تفرض على خط - ه ح - ويخرج منها عمود ان  
 على خطى - ا ه - ا ح - فانها بمجموعات مساويان لعمود - ز د  
 وفرض على خط - ه ح - نقطة - ط - ونخرج منها عمودى  
 ط ك - ط ل - فاقول ان - ط ك - ط ل - مجموعين مساويان  
 لعمود (١) .

برهان ذلك انا نخرج عمود - ه م - فلان - ه ح - مواز  
 لخط - ج ب - تكون زاوية - ح ه ب - مساوية لزاوية - ه ب ج  
 وزاوية - ه ب ج - مساوية لزاوية - ه ب ح - فزاوية - ح ه ب  
 مساوية لزاوية - ه ب ح - فخط - ه ح - مثل خط - ح ب  
 فنسبة - ا ح - الى - ح ب - هي نسبة - ا ح - الى - ح د  
 ونسبة - ا ح - الى - ح ب - هي نسبة - از - الى - زد - ونسبة  
 ا ح - الى - ح ه - هي نسبة عمود - از - الى عمود - ه م - فنسبة  
 از - الى - زد - هي نسبة - از - الى - ه م - فعمود - ه م - مثل  
 زد - وعمود - ه م - هو مثل عمودى - ط ك - ط ل - كما تقدم

عمودا - ط ك - ط ل - مجموعين مثل عمود - زد •

ش - ه



وهذا البرهان مطرد في جميع المثلثات المتساوية الساقين •  
كل مثلث متساوي الساقين حاد الزوايا فان زيادة ضلعيه  
الذي هو احد ساقيه على عموده الذي يقع على ذلك الضلع وزيادة العمود  
على مسقط مجراه ونصف مسقط الحجر فالثلاثة متوالية على نسبة  
واحدة فليكن مثلث - ا ب ج - متساوي ساقى - ا ب - ا ج  
وزواياه الثلاث حادة وليخرج فيه عمود - ج ه - فاقول ان زيادة  
ا ب - على - ج ه - وزيادة - ج ه - على - ه ب - ونصف - ه ب  
الثلاثة متوالية على نسبة واحدة •

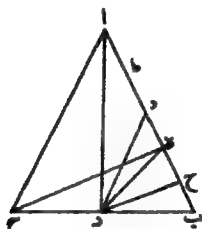
برهان ذلك انا نخرج عمود - ا د - وعمود - د ح  
ونجعل - ح ه - مثل - ح ب - ونصل - ه د - ونقسم زاوية - ا د ه  
بنصفين بخط - د ز - فيكون - ز ح - مثل - ح د - كما تبين في  
شكل - د - من هذه المقالة ونصل - ج ه - فلان - ج ب - نصف

ب د و - ب - ضعف - ب ح - يكون - ج - موازيا - لد  
 ح - ويكون - ج - ضعف - د ح - فيكون - ج - عمودا  
 على - اب - ولأن ضرب - ا ح - في - ح ب - مثل مربع - اد  
 يكون ضرب - ا ح - في - ح - مثل مربع - ح ز - فنسبة  
 ا ح - الى - ح ز - كنسبة - ح ز - الى ح - وكنسبة - ز - الى  
 زه - و - ح ز - اعظم من - ح - لأن - د ز - اعظم من - ح ب -  
 وذلك ان - اد - اعظم من - د ب - لأن زاوية - ب ا ح  
 حادة فخط - از - اعظم من خط - زه - فنجعل - ز ط - مثل  
 زه - فتكون نسبة - از - الى - ز ط - كنسبة - ز ح - الى  
 ح - فنسبة - اط - الى - ط ز - كنسبة - زه - الى - ح  
 فضرب - اط - في - ح - مثل - مربع - ده - فضرب - اط  
 في - ب - مرتين مثل نسبة واحدة .

ولأن - زه - مثل - ز ط - و - ح - مثل - ح ب - يكون  
 ط ب - ضعف - ح ز - و - ح ز - مثل - ح د - و - ج - ضعف  
 ح د - فخط - ط ب - مثل عمود - ج - فاط - هو زيادة  
 اب - على - عمود - ج - و - ط ب - هو عمود - ج - و -  
 ط - هو زيادة - ط ب - على - ب - و - اط - و - ط - و -  
 ضعف - ب - الذي هو مستقط الحجر لعمود - ج - متوالية  
 على نسبة فزيادة - اب - على عمود - ج - وزيادة عمود - ج

ب - على - ه - ب - الذي هو مستطلة وضئف - ه - ب - الثلاثة  
المتوالية على نسبة واحدة وذلك ما اردنا ياتنه •

ش - ٦

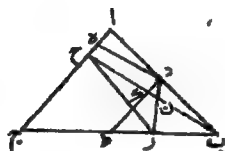


وايضا فليكن مثلث - ا ب ج - مختلف الاضلاع ولنفرض  
على ضلع من اضلاعه اي ضلع كان نقطة ولتكن نقطة - د  
ونخرج من نقطة - د - عمودي - ده - د ز - ونخرج عمود - ب  
ح - ونخرج - د ك ط - موازيا لخط - ا ج - ونجعل نسبة  
ب ك - الى - ك ن - كنسبة - ب ج - الى - ج ا - فاقول ان  
عمودي - د ه - د ز - مساويان لعمود - ن ح •

برهان ذلك ان نسبة - ب ط - الى - ط د - كنسبة - ب ج  
الى - ج ا - ونسبة - ب ج - الى - ج ا - كنسبة - ب ط - الى  
ك ن - فنسبة - ب ط - الى - ط د - كنسبة - ب ك - الى - ك ن  
ونسبة - ب ط - الى - ط د - كنسبة - ب ك - الى - د ز - فعمود

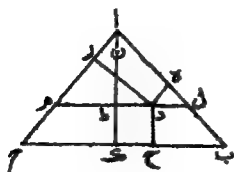
د ز

دز - مثل عمود - كز - وعمود - ك - مثل - عمود - ك ح  
 قسم د - دز - د - مجموعين مثل عمود - ن ح - وذلك  
 متاآردا يانه • ش - ٧



ولنمد المثلث المختلف الاضلاع وليكن - اب ج - ولنفرض  
 في داخله نقطة - د - كيف ما اتفق ولنخرج منها اعمدة - د ه  
 دز - دح - ونجيز على نقطة - د - خطا موازيا لخط - ب ج  
 وليكن - ل د م - ونخرج عمود - ا ط ك - ونجعل نسبة - ا ط  
 الى - ط ن - كنسبة - ب ج - الى - ج ا - فاقول ان مجموع  
 اعمدة - د ه - دز - دح - الثلاثة مساو لعمود - ن ك •

ش - ٨



برهان ذلك ان نسبة - ل م - الى - م ا - كنسبة - ب ج - الى - ج ا - ونسبة - ب ج - الى - ج ا - كنسبة - ا ط - الى ط ن - فنسبة - ا ط - الى - ط ن - كنسبة - ل م - الى - م ا فعمودا - د ه - د ز - مساويان لعمود - ن ط - كما تبين فيما تقدم وعمود - د ح - مثل عمود - ط ك - فجموع اعمدة - د ه - د ز د ح - مسا ولعمود - ن ك - وهذا البرهان مطرد في جميع الثلاث القائمة والحادة والمنفرجة المختلف الاضلاع والمتساوي الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين •

تمت المقالة في اعمدة الثلاث

والله الحمد والصلوات على نبيه محمد وآله - فرغت من  
كتابتها بالموصل المحروسة في صفر سنة ٦٣٢

































